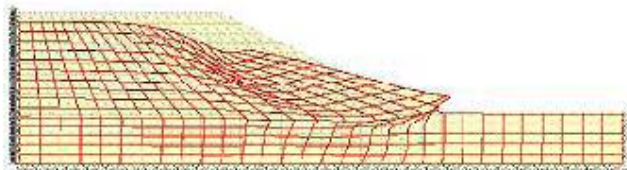


ANALISI AGLI ELEMENTI FINITI
IN GEOTECNICA:
BASI, PRINCIPI, PARAGONI
CON I METODI TRADIZIONALI



L'ANALISI AGLI ELEMENTI FINITI
NEL PROBLEMA DELLA STABILITA' DEL PENDIO
UN APPROCCIO FORTEMENTE INNOVATIVO



I CRITERI DI ANALISI DELLA STABILITA' DEL PENDIO

1.1 – CENNI STORICI E RETROTERRA ANALITICI. I METODI DELL'EQUILIBRIO LIMITE

La stabilità del pendio è un problema geotecnico affascinante che ha ricevuto risposte di vario genere e grado di accuratezza a partire dagli anni '30 dello scorso secolo.

Il problema analitico si presentava fin dai primi approcci di complessa soluzione. Infatti, a fronte della necessità di determinare un certo numero di incognite di sistema, anche nei casi più semplici, si disponeva di possibili equazioni in numero sistematicamente inferiore alla richiesta.

In un algoritmo di discretizzazione "a concetti", come codificato nelle soluzioni più classiche, le possibili equazioni di sistema venivano scritte valutando gli equilibri di forze e momenti, oltre alle tipiche relazioni tra sforzi normali efficaci e tensioni tangenziali. Le incognite del problema, invece, erano costituite dalle forze al contorno e baricentriche dei vari settori dell'ammasso in frana, dai relativi parametri geometrici, oltre naturalmente al fattore di sicurezza.

In termini numerici, detto n il numero di concetti della discretizzazione, si dimostra che la definizione "esatta" del problema si ottenesse ricavando almeno $6n-2$ incognite di sistema, mentre le equazioni disponibili erano solo $4n$.

Si trattava perciò di implementare dei sistemi algebrici indeterminati, per risolvere i quali fu necessario ricorrere a metodi "semplificati", proposti da vari Autori e sottoposti nel tempo a continue migliorie.

Le analisi sviluppate già nella fase iniziale sono di tipo all'"equilibrio limite" e, nonostante una certa varietà dei metodi di calcolo, presentano sostanziali analogie.

Quasi tutti i metodi proposti si basano infatti sulla definizione apriori di una certa frana, dotata di una geometria precisata in anticipo dall'analista, sulla sua modellazione fisica in termini morfologici e geotecnici, e su una discretizzazione del tipo a concetti.

Su tale superficie di scivolamento, fissata arbitrariamente sulla base di esperienze empiriche, viene eseguita l'analisi numerica semplificata.

In termini fisici, questa superficie costituisce l'interfaccia più o meno definita tra il corpo della frana vera e propria e la massa di terreno che si suppone non interessato.

Lo scopo dell'analisi con i metodi dell'equilibrio limite è sempre di definire un coefficiente di sicurezza rispetto alla formazione della frana stessa.

Lungo la superficie di scivolamento vengono esplicitamente valutate le due grandezze fondamentali che formano l'oggetto dell'analisi: l'azione necessaria per la formazione della frana e la resistenza opposta al suo sviluppo.

Tutti gli algoritmi sviluppati dai geotecnici considerano le forze attive sul pendio in termini di sforzi totali (introducendo nei calcoli il peso di volume "totale") mentre le forze resistenti sono considerate in termini di sforzi efficaci (ovvero al netto della pressione "neutra" esercitata dell'acqua).

Il pendio, interessato dalle forze di gravità e da eventuali forze sismiche, è sottoposto ad uno stato tensionale che viene esplicitato unicamente lungo la superficie di scivolamento.

Lungo la stessa superficie di scivolamento si determinano anche le componenti che si oppongono alla frana: la coesione del suolo ed il suo attrito interno.

Il metodo di calcolo prevede il paragone tra le due azioni, quella instabilizzante e quella opposta al movimento, normalizzate in termini di momenti rispetto ad un certo punto focale scelto arbitrariamente.

Nel caso in cui le forze agenti siano algebricamente superiori alle resistenze opposte, ci si attende che il pendio entri in frana.

Nel caso in cui le forze agenti siano inferiori alle resistenze, il pendio è stabile e si passa a quantificare il margine di resistenza disponibile oltre al minimo necessario per la stabilità ("grado di sicurezza").

Gli algoritmi di calcolo sono sempre organizzati in modo da definire un "coefficiente di sicurezza" geotecnico, F_s , rispetto allo sviluppo del fenomeno franoso ("collasso" del pendio).

Nei metodi semplificati dell'equilibrio limite, un passo imprescindibile è cercare di ovviare all'arbitrarietà delle assunzioni iniziali.

Le valutazioni numeriche vengono di volta in volta effettuate sulle potenziali superfici di scivolamento aprioristicamente scelte, determinate come detto in modo "ragionevolmente" arbitrario.

Dal momento però che ogni assunzione a priori non è detto che venga in qualche modo confermata dalla realtà fisica, in genere l'analisi di stabilità viene ripetuta per molte superfici diverse.

Le possibilità computazionali offerte dai moderni computers, all'atto pratico, permettono di prendere in esame anche svariate centinaia di ipotetiche superfici di scivolamento, eventualmente suddivise in famiglie secondo criteri di similitudine.

Eseguendo lo stesso tipo di valutazione un grande numero di volte, la superficie più probabile per il collasso viene assunta in presenza del fattore F_s minore tra tutti quelli calcolati.

Un ulteriore problema teorico è costituito dalle semplificazioni introdotte per ovviare all'eccessivo numero di variabili in gioco nel problema "esatto".

Come detto, conoscere il movimento franoso significa determinare il comportamento di tutti i punti della massa di terreno in frana e al contorno, ovvero una quantità di incognite non compatibile con il limitato numero di informazioni disponibili in input.

Originariamente, i metodi dell'equilibrio limite erano stati sviluppati in previsione del calcolo manuale, coadiuvato da limitati mezzi elettromeccanici.

Al fine di mantenere le soluzioni entro un ragionevole ammontare di passaggi, vari Autori hanno proposto alcune semplificazioni rispetto al problema "esatto" dell'analisi del pendio, rendendo praticabili soluzioni più o meno "chiuse" (Fig. 1.1).

Fellenius (1936), per primo, ha proposto l'adozione di una superficie di scivolamento di forma perfettamente circolare, definita tramite un centro C ed un raggio R. Nella realtà, un discreto numero di frane sembra comportarsi proprio in questo modo.

La massa di terreno analizzata è quella intercettata tra il profilo topografico ed il cerchio di calcolo, e viene suddivisa in un certo numero di "conci" o "strisce".

Tra un concio e l'altro, secondo Fellenius, non si trasmettono sforzi significativi, o comunque rilevanti dal punto di vista dell'analisi.

La valutazione di stabilità viene effettuata determinando i momenti rispetto a C delle due grandezze fondamentali:

- momento delle componenti attive delle forze peso, proporzionali alle masse dei conci nei quali viene discretizzata la frana
- momento delle forze "tangenziali" stabilizzanti, ovvero coesione e attrito opposti allo scivolamento

Il fattore di sicurezza è determinato da rapporto tra momenti stabilizzanti e instabilizzanti, che all'equilibrio deve risultare per definizione maggiore di 1.

Mantenendo la medesima impostazione legata alle superficie circolari, Bishop (1955) ha introdotto un raffinamento di calcolo ammettendo lo sviluppo di alcune forze orizzontali anche tra i vari conci.

Janbu (1973) ha estrapolato il calcolo relativo alle superfici circolari a superfici qualsiasi composte da una spezzata lineare.

La massa è sempre quella intercettata tra il profilo topografico e la superficie, suddivisa ancora in conci: tra i conci si sviluppano le stesse azioni considerate da Bishop.

L'analisi numerica viene svolta da Janbu addizionando i contributi dei vari conci: azioni e resistenza vengono sviluppate in termini di sommatorie di forze e non più di momenti.

Il vantaggio offerto dal sistema è di svincolarsi da semplici superfici circolari. Il limite è che rimane comunque necessario individuare a priori una superficie di scivolamento sulla quale condurre l'analisi. Comunque, con l'ausilio dei computers, si è arrivati a generare automaticamente delle superfici aventi maggiori probabilità di essere quelle critiche.

Il fattore di sicurezza risulta anche in questo caso dal rapporto tra le due grandezze.

Janbu ha inoltre introdotto un ulteriore adattamento semiempirico del calcolo per tenere conto della dimensione tridimensionale della frana.

Bell (1968), Sarma (1979), Spencer (1967), Morgenstern e Price (1967), Lambe e Withmann (1969), NAVFAC DM7 (1971), tra gli altri, hanno proposto raffinamenti del metodo basilare dell'equilibrio limite, approfondendo problematiche legate alle pressioni neutre, al sisma, ai sovraccarichi, ai materiali normalconsolidati, a superfici non circolari. Metodi probabilistici e "logici sfumati" sono stati infine introdotti (metodo di Montecarlo, *fuzzy logic systems*) nei criteri di assunzione dei parametri geotecnici.

1.2 – LE SOLUZIONI "ESATTE".

A paragone delle metodologie "classiche" di analisi, consistono nella valutazione numerica del problema della stabilità del pendio attraverso metodi che non prevedono semplificazioni in ausilio al calcolo.

L'analisi della stabilità passa in linea di principio dalla conoscenza, in tutti i punti della massa costituita dalla stratigrafia ("campo di integrazione"), di ogni necessaria variabile di stato tensionale e/o deformativo.

Modellare una massa di materia in modo da poterne conoscere in ogni punto le caratteristiche fondamentali è un problema estremamente complesso ma non insolubile. Una notevole generalità connota questi metodi di analisi, che implementano delle soluzioni basate su moderni algoritmi utilizzati in svariati campi dell'ingegneria: geotecnica, elettrotecnica, elettromagnetismo, strutture, idraulica, fluidodinamica, diffusione del calore, degli inquinanti, ecc.

Le tecniche più diffuse sono riconducibili ai metodi agli elementi finiti, alle differenze finite (metodi di discretizzazione), e agli elementi di contorno.

A loro volta, i metodi di discretizzazione possono essere di tipo bidimensionale o tridimensionale, si estendono in campo elastico, plastico (nel caso dei terreni viscoplastico), comportano la definizione di funzioni e derivate di vario grado di funzioni, sfruttano teorie numeriche, utilizzano metodi iterativi, ecc., a seconda del tipo di problema da risolvere.

L'analisi agli elementi finiti della stabilità del pendio, in altre parole, va rivista come un'applicazione tra le innumerevoli possibili di un potentissimo strumento di calcolo, flessibile, versatile, e naturalmente in un certo grado complesso: il metodo FEM.

Lo scopo fondamentale dell'analisi è di conoscere il campo di variazione di una certa funzione (*funzione di collasso*) all'interno del pendio, con tutte le variabili che la definiscono.

Date una certa geometria e una stratigrafia, si determinano i vettori che rappresentano spostamenti, tensioni, ecc. (Fig. 1.2), in un numero praticamente indefinito di nodi del sistema e nelle condizioni effettive del pendio in esame.

Apposite modellazioni mettono in relazione deformazioni e "modificazioni" geotecniche dei terreni con quanto avviene ai nodi. Conoscendo i valori delle funzioni significative ai nodi, sarà possibile integrare ogni grandezza necessaria in tutti i punti dei campi che costituiscono l'insieme.

Il risultato dell'analisi porta a definire tutte le variazioni che intervengono nel pendio p. es. in termini di deformazioni (Fig. 1.3), o di tomografia delle plasticizzazioni, con la possibilità di paragonare varie "fasi di lavoro" (Fig. 1.4), ovvero ogni altro parametro eventualmente necessario al giudizio di stabilità.

E' evidente che una buona modellazione del problema geotecnico, introdotta in fase di input, dovrebbe essere da sola sufficiente a soddisfare ogni aspetto del calcolo. In particolare, l'analisi fornisce autonomamente la definizione – aspetto non indifferente – della "vera superficie di scivolamento", non predeterminata, sviluppata dal moto franoso.

LEGENDA:

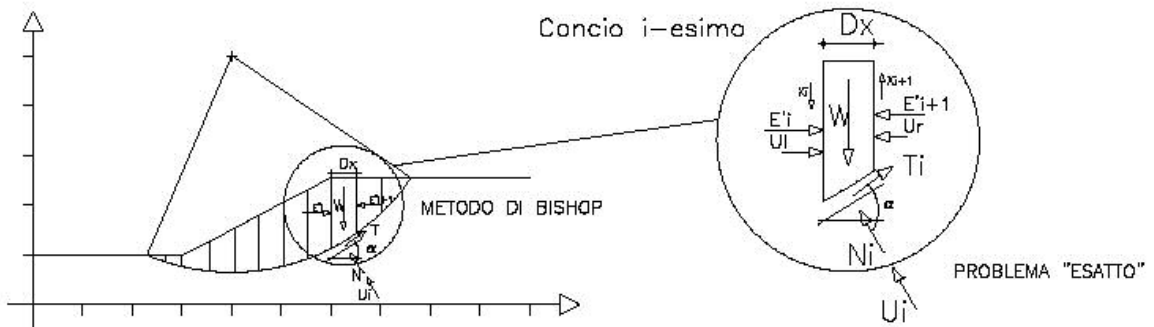
- W Peso di ciascun concio
- N Azione Normale alla superficie di scivolamento ipotizzata
- T Azione parallela alla superficie
- α Inclinazione della superficie
- U Pressioni "neutre"
- E_x Forze di interfaccia tra i concii

METODO SEMPLIFICATO DI BISHOP

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n [c' + Dx_i + (W_i - u_i \cdot Dx_i) \cdot \tan \varphi] \cdot [1/M_i(\alpha_i)]}{\sum_{i=1}^n W_i \cdot \sin \alpha_i}$$

dove:

$$M_i(\alpha) = \cos \alpha_i \left(1 + \frac{\tan \alpha_i \tan \varphi}{F_i} \right)$$



IL VOLUME INTERESSATO DA COLLASSO VIENE SUDDIVISO IN UNA SERIE DI CONCI. LE FORZE AGENTI SU CIASCUN CONCIO SONO INDICATE.

FIG. 1.1

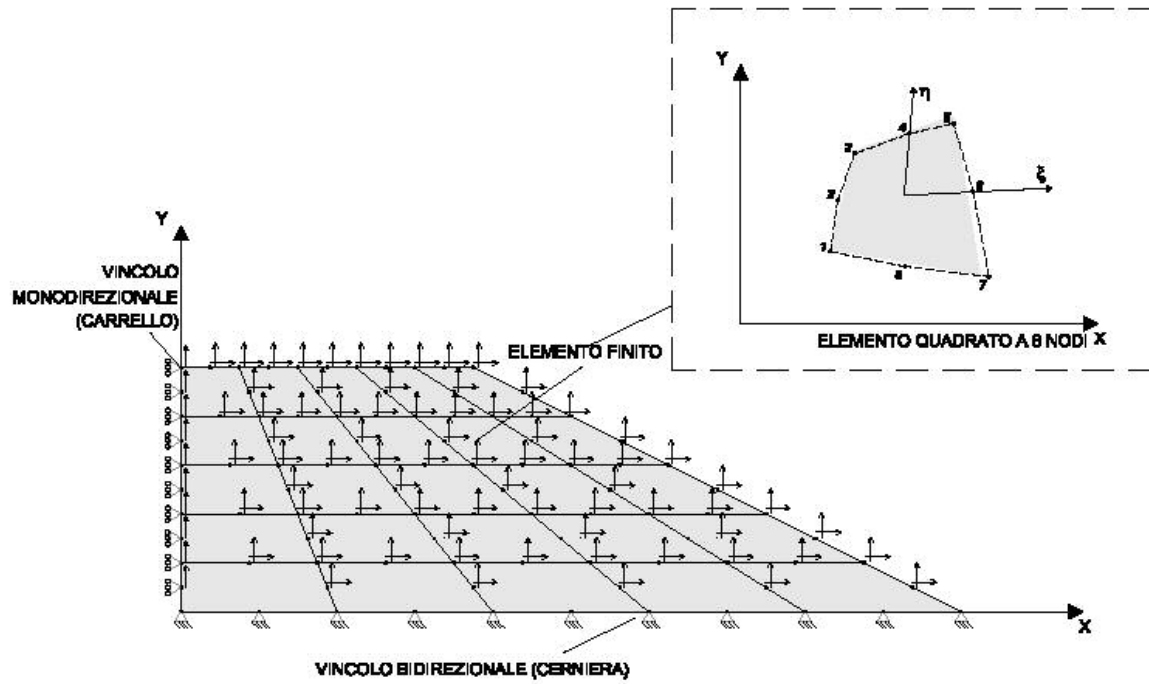


FIG. 1.2

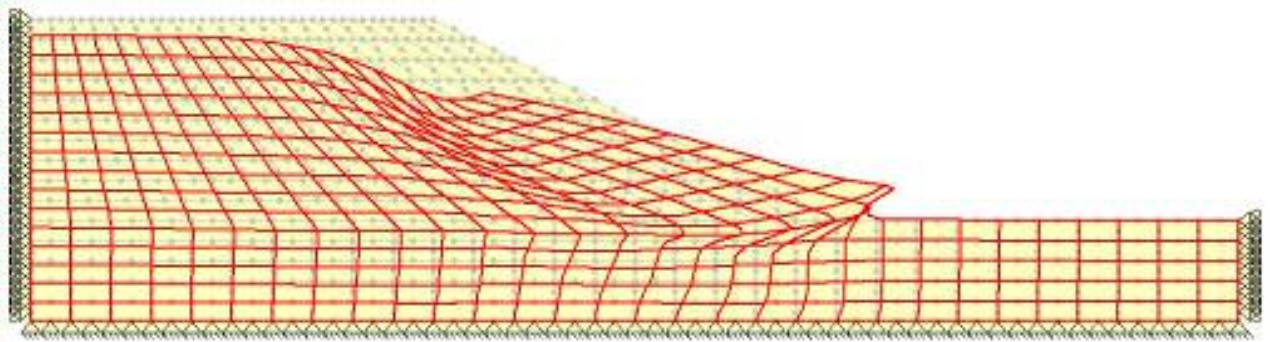


FIG 1.3

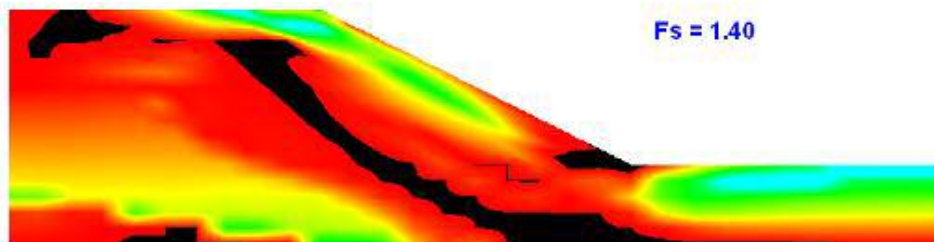
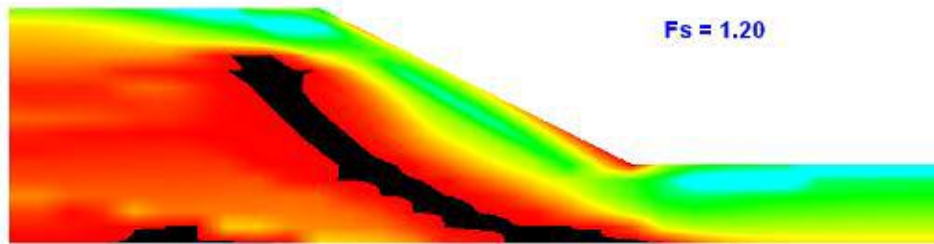
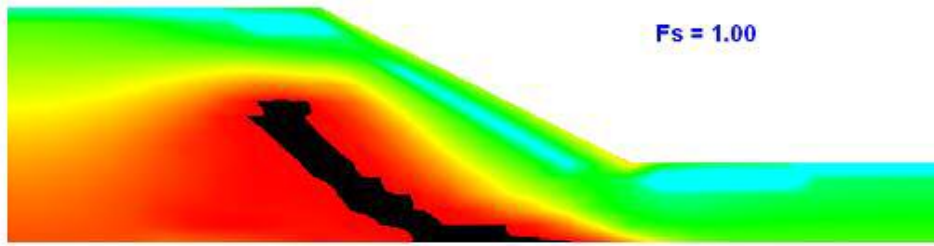


Fig. 1.4

