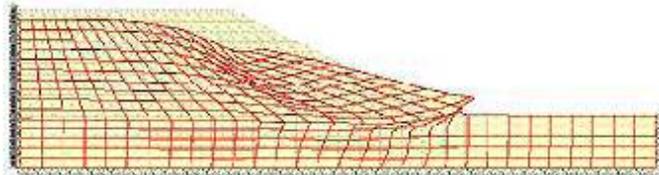


ANALISI AGLI ELEMENTI FINITI **IN GEOTECNICA:** **UN PRIMO APPROFONDIMENTO**



L'ANALISI AGLI ELEMENTI FINITI
NEL PROBLEMA DELLA STABILITA' DEL PENDIO
UN APPROCCIO FORTEMENTE INNOVATIVO



2 – GENERALITA' SUL METODO AGLI ELEMENTI FINITI.

Il Metodo agli Elementi Finiti (F.E.M.) è una tecnica avanzata di risoluzione di equazioni differenziali parziali che consiste nel discretizzare queste equazioni nelle loro dimensioni spaziali.

La nascita del metodo data agli anni '50 dello scorso secolo, ricavando un sostanziale incremento in parallelo allo sviluppo degli elaboratori elettronici.

Trattandosi di una tecnica algoritmica applicabile a qualsiasi medium che si possa modellare in maniera continua, i campi in cui sono state sviluppate soluzioni FEM sono vari.

Attualmente si contano applicazioni agli Elementi Finiti in Ingegneria Civile per ogni tipo di calcolo strutturale, in Geotecnica per definizioni di campi tensionali e verifiche di stabilità, in Idraulica per la risoluzione dei moti di filtrazione, in Elettrotecnica e in Meccanica per una serie di svariate applicazioni relative ai transitori, in Ingegneria Aerospaziale per lo studio dei profili alari, nella Fisica Tecnica per lo studio della propagazione del calore, ed in altri campi ancora.

La discretizzazione viene effettuata localmente su piccole regioni di forma arbitraria (Elementi Finiti) dotati di caratteristiche significative pari a quelle dell'insieme nel quale si esegue l'integrazione.

Il metodo prevede l'assemblaggio di una matrice algebrica globale in cui convergono le caratteristiche del medium e le azioni esterne, con le relative variazioni.

Ogni grandezza di calcolo viene riferita a un numero codificato di nodi, per i quali viene fornito un input coerente e in corrispondenza dei quali si ricavano gli outputs significativi.

Gli Elementi Finiti, nel medium continuo, sono interconnessi tra loro nei nodi del sistema. Siccome in corrispondenza di ciascun nodo è possibile scrivere una o più equazioni che governano il problema in esame, risolvere il sistema di equazioni ai nodi equivale a definire il comportamento dei sottospazi rappresentati dagli Elementi.

In altri termini, la matrice algebrica globale riflette la sovrapposizione delle azioni e degli effetti delle azioni nelle aree discrete considerate "concentrate" ai nodi.

La soluzione del sistema numerico associato alla matrice permette di definire il campo di variazione delle incognite dell'intero spazio considerato, sia per i punti nodali sia che per tutti quelli interni ai singoli elementi.

Infatti i singoli Elementi Finiti sono codificati in modo univoco una volta calcolate le grandezze di interesse ai singoli nodi.

Ricavate dal sistema globale le grandezze ai nodi, si passa allo sviluppo dei risultati all'interno dei singoli campi costituiti dagli elementi.

Le relazioni che legano le condizioni ai nodi con quanto accade all'interno delle aree discrete sono le Funzioni di Forma.

Una caratteristica avanzata delle soluzioni agli Elementi Finiti è di permettere soluzioni "accoppiate" o "disaccoppiate", secondo le condizioni di verifica.

Può infatti presentarsi la necessità di studiare contemporaneamente più problemi tra loro distinti ma interconnessi, e risolvibili ciascuno singolarmente tramite un algoritmo FEM.

Tipico in Geotecnica il problema dell'idrologia di un pendio da valutare insieme alla sua stabilità, oppure il fenomeno di diffusione di una massa gassosa in pressione all'interno di un contenitore rigido al variare della temperatura.

In entrambi i casi un campo evolutivo (l'idrologia per il primo problema, la temperatura all'interno del contenitore per il secondo) può non essere fissato a priori, ma può dipendere per esempio dal tempo, con notevole influenza sul risultato finale (stabilità, pressioni).

Nel caso del pendio, l'analisi FEM dell'idrologia è condizionata dalle caratteristiche di permeabilità di massa, oltre naturalmente alle condizioni della falda e al contorno.

Se la permeabilità è una costante, le condizioni al contorno si modificano spesso a causa di fattori indipendenti da ogni altra circostanza. Un esempio tipico di questo approccio è la valutazione di stabilità di una diga in terra durante le condizioni di invaso - o di svaso - del serbatoio a monte. Le condizioni di idrologia sono dettate dalla programmazione lavori da parte dell'autorità del bacino, indipendente per definizione da ogni fattore relativo all'analisi del pendio.

D'altra parte, le condizioni di stabilità mutano in base alle variazioni delle condizioni idrologiche che determinano il regime delle pressioni neutre, in quanto la resistenza dei materiali varia per terreni saturi e insaturi.

Si sviluppa così un'interdipendenza di problemi diversi può trovare definizione nell'analisi "accoppiata" di idrologia e stabilità.

In pochi determinati casi, infine, è possibile scrivere delle leggi costitutive dei materiali terrosi tenendo conto delle condizioni di saturazione, permettendo calcolazioni aggiornate al reale grado di umidità dei suoli in sito.

Si tratta comunque di applicazioni ancora sperimentali, la cui affidabilità computazionale è allo stato attuale in fase di verifica.

In conclusione, è da sottolineare che il metodo agli Elementi Finiti è in grado di risolvere anche alcuni problemi specifici "derivando" per estensione soluzioni applicabili a rigore a situazioni differenti.

In taluni di questi casi, però, il metodo FEM perde l'"esattezza" della soluzione che gli è propria. Un esempio molto noto è la trattazione del sistema di equazioni differenziali "disaccoppiate" nella risoluzione del problema dell'analisi sismica modale.

In altri casi, invece, il metodo mantiene le proprie caratteristiche di "integrità". Un importante esempio, rilevante nel caso della valutazione della stabilità del pendio, è la risoluzione di problemi in cui interviene l'elastoplasticità (o viscoplasticità), sempre presente nell'analisi del comportamento dei materiali terrosi.

2.1 - GENERALITA' SULL'ALGORITMO DI VERIFICA DEI PENDII

Il continuum discretizzato da Elementi Finiti è costituito dal pendio, modellabile in termini di geometria, stratigrafia, idrologia, caratteristiche geotecniche dei materiali presenti.

Le azioni esterne applicate sono costituite essenzialmente dalla forza di gravità, e, dove applicabile, il campo di sollecitazioni indotte dal sisma.

Nelle moderne analisi, il pendio viene schematizzato in elementi piani a otto nodi, particolarmente versatili e idonei alla soluzione dei problemi di stabilità in campo viscoplastico. Ciascuno di essi è dotato di caratteristiche geometriche e geotecniche peculiari.

Le caratteristiche geotecniche sono definite in termini di pesi di volume, coesione, attrito interno, dilatanza, coefficienti di Poisson e modulo elastico.

Il problema della verifica del fattore di sicurezza si presenta complesso in quanto la frana viene determinata da una sommatoria sufficientemente estesa di singoli Elementi Finiti singolarmente collassati. Il meccanismo di sviluppo delle superfici di scivolamento prevede infatti la compresenza di Elementi Finiti collassati ed altri ancora in campo elastico.

Il modello geotecnico del terreno in fase di rottura del pendio comporta il superamento di certi valori da parte di una determinata funzione, detta Funzione di Snervamento. Tale funzione, a molte variabili, viene definita normalmente per un collasso di tipo non associato, interpretata secondo una teoria di comportamento visco-plastico.

Il collasso di tipo "non associato" si verifica per Funzioni di Snervamento definite unicamente in base a criteri geotecnici, e non scelte invece, come avveniva in passato, per l'eventuale facilità computazionale.

Il criterio di collasso che fornisce i migliori risultati applicati alla Geotecnica è quello di Mohr – Coulomb generalizzato, che permette di definire tutta una serie di importanti dati di output:

- il coefficiente di sicurezza verso la "rottura" del pendio
- la geometria esatta del movimento franoso, con ricostruzione puntuale del fenomeno di scivolamento.

E' da notare che la soluzione del problema agli Elementi Finiti permette la previsione incrementale delle modalità - e dei movimenti - al collasso del pendio, con possibilità di riscontro qualitativo / quantitativo in sito eventualmente mediante strumentazione geotecnica (tipicamente assestimetri e inclinometri).

Inoltre è possibile anche una rappresentazione areale della funzione di collasso, con individuazione delle masse di terreno soggette a instabilizzazione già nelle prime fasi del processo franoso.

L'aspetto fondamentale della soluzione dei problemi agli Elementi Finiti è di mettere a disposizione una soluzione "esatta" e non "approssimata".

Altre circostanze vantaggiose sono le seguenti:

- le condizioni della falda freatica vengono introdotte sia tenendo conto della saturazione dei terreni, sia "regolando" il regime di sforzi (totali / efficaci) da considerare nella soluzione del problema;

- l'analisi sismica viene condotta con possibilità di inserire campi di accelerazioni orizzontali contemporaneamente in orizzontale e in verticale, queste ultime dirette sia verso il basso sia verso l'alto, simulando al meglio la reale attività sismica.

Per motivi che verranno meglio chiariti nel seguito, l'algoritmo risolutivo implementato dai metodi agli Elementi Finiti è tipicamente iterativo a vari livelli.

Ad un primo livello, si verifica la stabilità del pendio direttamente nelle condizioni fisiche risultanti dai dati geotecnici e topografici di campagna (condizione "iniziale"). In sostanza, sono analizzate le condizioni del pendio considerando i valori nominali dei parametri geotecnici (Fattore di Sicurezza F_s sui parametri geotecnici = 1).

E' ovvio che, nelle condizioni in cui si presenta l'analisi, il pendio può risultare stabile oppure no.

Inoltre, anche in caso di stabilità di insieme, l'analisi numerica può mettere in luce *locali* stati di crisi nei materiali, mentre la stabilità di insieme non viene intaccata in quanto le risorse residue del pendio sono complessivamente sufficienti ad impedire la frana.

In questa fase sono comunque necessarie alcune iterazioni al fine di:

- verificare se esistono Elementi Finiti parzialmente o interamente interessati da plasticizzazione locale, ovvero se tutti si comportino in maniera elastica
- ridistribuire sugli Elementi al contorno l'eccesso di sforzi che non possono essere assorbiti dagli Elementi in fase di plasticizzazione
- riverificare se tutti gli Elementi, compresi quelli sovraccaricati da altri già plasticizzati, siano a loro volta interessati da fenomeni di collasso oppure no. In caso di collasso, le sollecitazioni in eccesso provenienti da questi Elementi verranno a loro volta ridistribuite al contorno

Solo quando tutti gli Elementi Finiti hanno cessato di ridistribuire al contorno sforzi in eccesso, il pendio viene considerato stabile, ed ha termine il primo livello di iterazioni (Fig. 2.1).

Il secondo livello di iterazione (Fig. 2.2) riguarda la definizione del Fattore di Sicurezza geotecnico.

Quando il pendio è definito come stabile nella condizione iniziale, si passa ad una fase successiva, in cui i parametri di resistenza dei terreni vengono ridotti dividendoli per un coefficiente di sicurezza $F_s > 1$.

Il calcolo FEM viene ripetuto con le stesse modalità di prima, scendendo ancora al primo livello di iterazione che prevede:

- giudizio di stabilità quando in due cicli di calcolo successivi il pendio non mostra ulteriori assestamenti dovuti a ridistribuzione di sollecitazioni dovute ad Elementi collassati
- giudizio di instabilità quando viceversa il calcolo iterativo dovuto alla ridistribuzione non accenna a terminare.

In realtà, per una serie di fattori tra cui la stessa precisione di calcolo degli elaboratori elettronici, sia la "stabilità" sia l'"instabilità" sono definite facendo riferimento a grandezze di paragone sufficientemente piccole o sufficientemente grandi.

Ad esempio, si considera stabilizzato un pendio per il quale lo spostamento massimo di un qualsiasi nodo tra un ciclo ed il successivo sia sufficientemente contenuto (p. es. lo 0.1% dello spostamento precedente).

Similmente, si considera collassato un pendio quando l'effettuazione di un congruo numero di cicli di calcolo FEM non conducono a stabilizzazione numerica (p. es. 250 o 500 cicli di calcolo dell'intero pendio).

In generale, il criterio prevede la ripetizione del calcolo F.E.M. introducendo fattori di sicurezza FS via via crescenti.

I coefficienti riduttivi vengono applicati alla coesione C ed alla tangente dell'angolo di attrito interno ϕ .

Il secondo livello di iterazioni ha termine quando, a causa della diminuzione introdotta dal coefficiente di sicurezza in uso in quel preciso step di calcolo, il pendio non risulta più stabile.

Il coefficiente di sicurezza FS immediatamente precedente al collasso generalizzato viene assunto come quello effettivo del pendio a rottura.

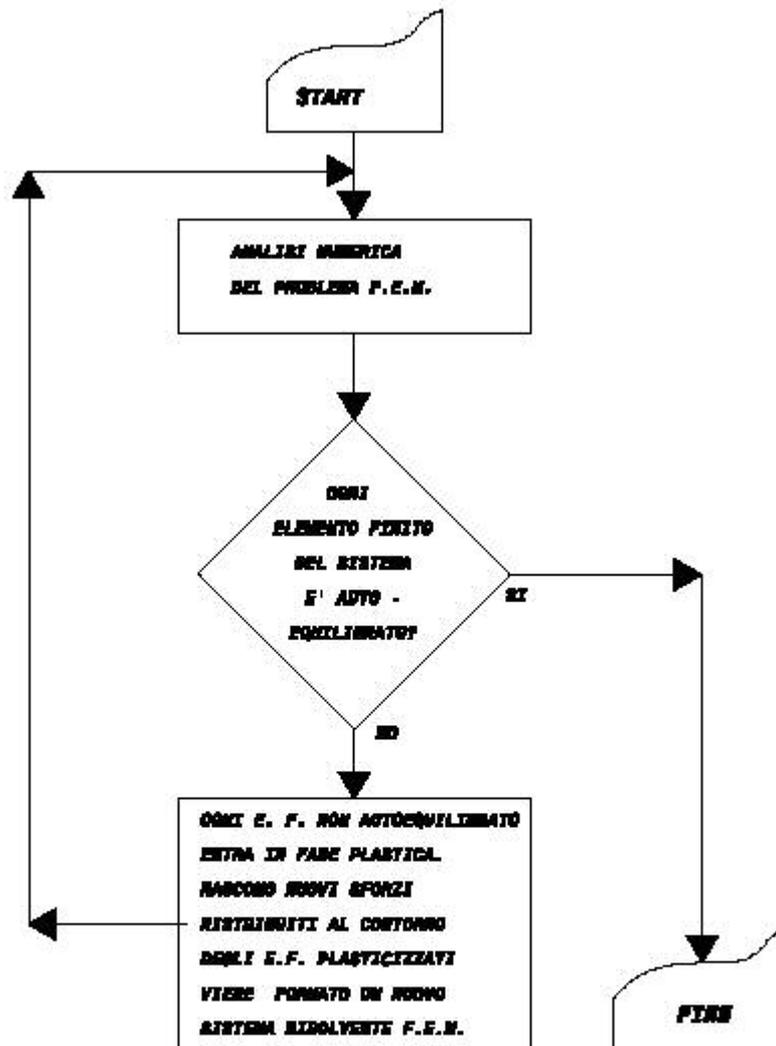


FIG. 2.1
Iterazione "Plastica"

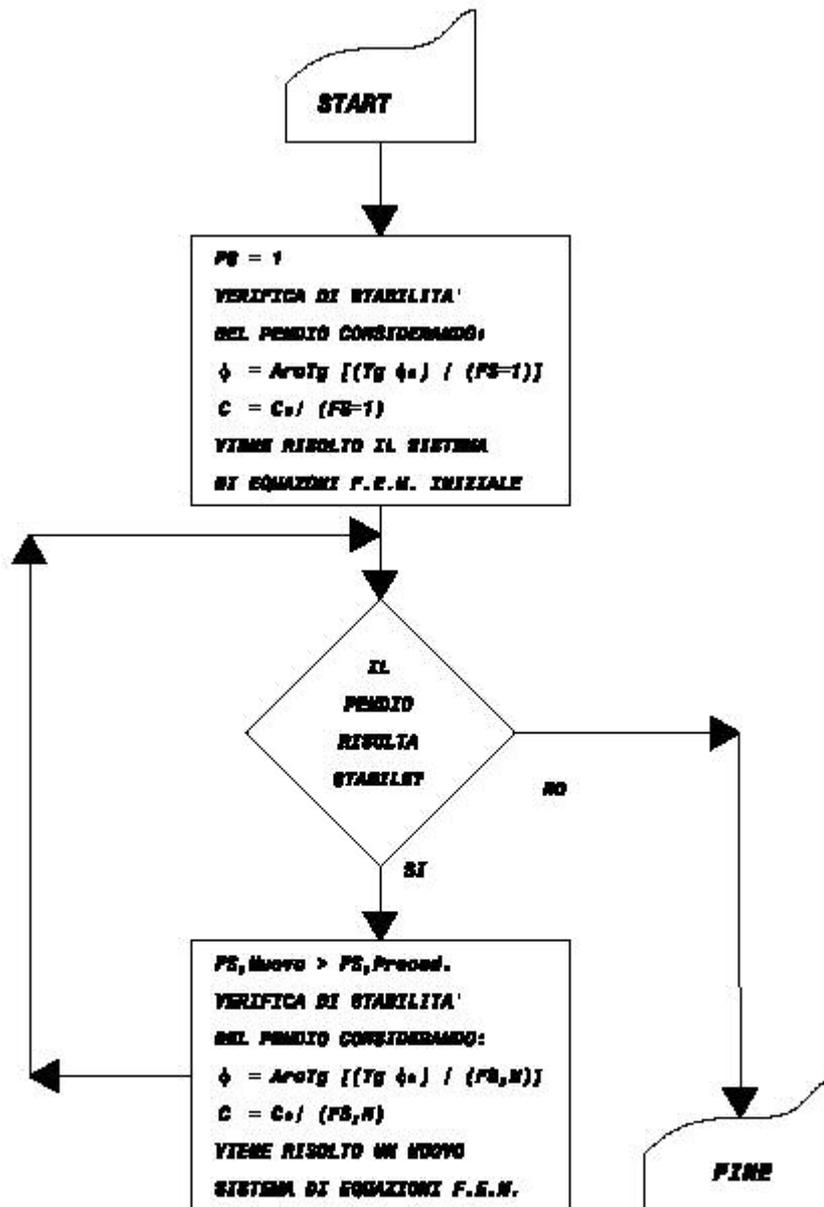


FIG. 2.2
Iterazione su FS